حل أمثلة درس التوزيع الطبيعي

حل مثال ① : المعطيات ...

$Z \sim N(0 ، 1)$

① $P(Z < -1) = 0.5 - P(0 \le Z \le 1.00)$

$P(Z < -1) = 0.5 - 0.3413 = 0.1587$

② $P(Z \ge -2) = 0.5 + P(0 \le Z \le 2.00)$

$P(Z \ge -2.00) = 0.5 + 0.4772 = 0.9772$

③ $P(Z \le 1.5) = 0.5 + P(0 \le Z \le 1.50)$

$P(Z \le 1.5) = 0.5 + 0.4332 = 0.9332$

④ $P(Z \ge 1.5) = 0.5 - P(0 \le Z \le 1.50)$

$P(Z \ge 1.5) = 0.5 - 0.4332 = 0.0668$

⑤ $P(-1.45 \le Z \le 1.13)$
$= P(0 \le Z \le 1.45) + P(0 \le Z \le 1.13)$

$P(-1.45 \le Z \le 1.13) = 0.4265 + 0.3708 = 0.7973$

⑥ $P(Z = 1.32) = 0$ لعدم وجود مساحة

⑦ $P(-0.90 \le Z \le 0.90) = 2 * P(0 \le Z \le 0.90)$

$P(-0.90 \le Z \le 0.90) = 2 * 0.3159 = 0.6318$

حل مثال ② : المعطيات ... $P(0 \le Z \le 1.32) = 0.4066$

$P(Z \le 1.32) = 0.5 + P(0 \le Z \le 1.32)$

$P(Z \le 1.32) = 0.5 + 0.4066 = 0.9066$

حل مثال ③ : **المعطيات** .... $\sigma^2 = 100$ ، $\mu = 6$ ، $x = 6$

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \sim N(0 ، 1)$$

$$Z = \frac{6-6}{10} = 0$$

حل مثال ④ : **المعطيات** .... $X \sim N(165 ، 9)$

أي أن $\sigma^2 = 9$ ، $\mu = 165$

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \sim N(0 ، 1)$$

① $P(163 \le X \le 168)$

$$= P\left(\frac{163-165}{3} \le \frac{X-165}{3} \le \frac{168-165}{3}\right)$$

$P(163 \le X \le 168) = P(-0.67 \le Z \le 1.00)$

$P(163 \le X \le 168)$

$$= P(0 \le Z \le 0.67) + P(0 \le Z \le 1.00)$$

$P(163 \le X \le 168) = 0.2486 + 0.3413 = 0.5899$

....

② $P(X < 162) = P\left(\frac{x-165}{3} < \frac{162-165}{3}\right)$

$P(X < 162) = P(Z < -1.00) = 0.5 - P(0 \le Z \le 1.0)$

$P(X < 162) = 0.5 - 0.3413 = 0.1587$

....

③ $P(X > 170) = P\left(\frac{x-165}{3} > \frac{170-165}{3}\right)$

$\leftrightarrow P(Z > 1.67)$

$P(X > 170) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1.67)$

$P(X > 170) = 0.5 - 0.4525 = 0.0475$

حل مثال ⑤ : المعطيات ... $X \sim N(\mu ، \mu^2)$

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \sim (0 ، 1)$$

$P(X \geq 2\mu) = P\left(\frac{x-\mu}{\mu} \geq \frac{2\mu-\mu}{\mu}\right)$

$P(X \geq 2\mu) = P(Z \geq 1.00) \leftrightarrow 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1.00)$

$P(X \geq 2\mu) = 0.5 - 0.3413 = 0.1587$

حل مثال ⑥ : المعطيات ... $X \sim N(25 ، \sigma^2)$

$P(X \geq 30) = 0.9222$

$P\left(\frac{x-25}{\sigma} \geq \frac{30-25}{\sigma}\right) = 0.9222$

$P(Z \geq K) = 0.9222$

$0.5 - P(0 \leq Z \leq K) = 0.9222$

$P(0 \leq Z \leq K) = 0.9222 - 0.5 = 0.4222$

بالبحث في جدول توزيع Z **عن القيمة** 0.4222 **نجد أن قيمة** K

$K = 1.42 \leftrightarrow K = \frac{30-25}{\sigma} = 1.42$

حاصل ضرب الطرفين في الوسطين نتحصل على σ :

$$\frac{5}{\sigma} = 1.42 \leftrightarrow \sigma = \frac{5}{1.42} = 3.5 \cong 4$$

حل مثال ⑦ : **المعيطات ...**

بالتماثل $P(-2.65 \le Z \le 0) = P(0 \le Z \le 2.65)$

$$P(-0.43 \le Z \le 2.65) = P(0 \le Z \le 0.43) + P(0 \le Z \le 2.65)$$

$$0.6624 = P(0 \le Z \le 0.43) + 0.4960$$

$$P(0 \le Z \le 0.43) = 0.6624 - 0.4960 = 0.1664$$

حل مثال ⑧ : **المعطيات** $X \sim N(25 ، 16)$

$$P(X < b) = 0.8023$$

$$P(X < b) = P\left(\frac{x-25}{4} < \frac{b-25}{4}\right) = 0.8023$$

$$P(Z < H) = 0.8023$$

$$0.5 + P(0 \le Z \le H) = 0.8023$$

$$P(0 \le Z \le H) = 0.8023 - 0.5 \leftrightarrow P(0 \le Z \le H) = 0.3023$$

بالبحث في جدول توزيع Z **نتحصل على قيمة** H

$$H = 0.85$$

$$H = \frac{b-25}{4} \leftrightarrow 0.85 = \frac{b-25}{4}$$

حاصل ضرب الطرفين في الوسطين نتحصل على قيمة b

$$\boxed{b = 0.85 * 4 + 25 = 28.4}$$

حل مثال ⑨ :-

المعطيات $P(Z \geq 1.96) = 0.025$ ، $P(Z \leq -1.96) = 0.025$

$$P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 2P(0 \leq Z \leq 1.96)$$

$$P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 2(0.5 - 0.025) = 2(0.4750) = 0.95$$

حل مثال ⑩ :-

نعلم تماماً أن $P(Z \geq 0) = P(Z \leq 0) = 0.5$

$$2) = -\infty \leq X \leq +\infty$$

حل مثال ⑫ :-

استخدام الآلة الحاسبة نوع Casio f_x: 991 ES plus

① $\boxed{Mode} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{AC} \rightarrow \boxed{Shift} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{5}$
$\rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{(1.43)} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{0.9236}$

② $\boxed{Mode} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{AC} \rightarrow \boxed{Shift} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{5}$
$\rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{(1.28)} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{0.1003}$

③ $\boxed{Mode} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{AC} \rightarrow \boxed{Shift} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{5}$
$\rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{(0.90)} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{0.3159}$

④ $\boxed{Mode} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{AC} \rightarrow \boxed{Shift} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{5}$

$\rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{(1.12)} \rightarrow \boxed{+} \rightarrow \boxed{Shift}$

$\rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{5} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{(0.57)} \rightarrow \boxed{=}$

$\rightarrow \boxed{0.5843}$

انتهى الدرس

انتهى الدرس

